

AR による 4 次元図形表現の検討

＊星野好晃⁽¹⁾，沼晃介⁽²⁾，根上生也⁽³⁾

(1) 横浜国立大学大学院，(2) 東京大学，(3) 横浜国立大学

〒240-0067 神奈川県 横浜市 保土ヶ谷区 常盤台 79-1

E-mail : bibliomanias[at]gmail.com

Abstract: ユークリッド幾何学的な図形は，低い次元の図形の構造を拡張することによってユークリッド幾何学的 n 次元図形として構成されている．一般的に図形問題の理解支援には可視化が有効であると考えられており，その多くは 4 次元図形を低い次元へ投影することによって，図形の姿を不完全ながらもわれわれの目に見える形にすることを可能にしている．しかし，低い次元へ投影された図形は，その奥行き方向への構造が圧縮されてしまうため，図形本来の姿を理解するためにはその構造を補完するように理解しなければならない．本稿では，4 次元の図形を低い次元に投影することによって可視化するのではなく，低い次元からの拡張として構成されていることを可視化することによって，4 次元図形の構造を理解しやすくすることを狙う．

1. はじめに

われわれは，ユークリッド幾何学的 4 次元と情報技術とを融合し，「4 次元情報学」ともいうべき領域を構築することを目指している．本稿で扱うユークリッド幾何学的 4 次元の図形は，われわれの住む 3 次元よりも構造的な情報量が多いため，その姿を 3 次元空間で幾何学的に実現することは不可能である．そのため，一般にその理解支援には図形を紙に描いたりコンピュータグラフィックスの技術によって図形を表示するためのプログラムを用意したりといった可視化手法が有効であると考えられている．既存の可視化手法の多くは，それらのように 4 次元図形をわれわれが扱うことのできる 3 次元以下の対象へ投影することによって可視化を実現している．しかし，低い次元へ投影された図形は，主に図形の奥行き方向についての構造が圧縮されてしまうため，図形本来の姿を理解するためには圧縮されてしまう方向への構造を補完するように理解しなければならない．ユーザにある程度空間幾何の理解力があったり高次元幾何の知識があったりする場合には，それらの可視化手法によって十分に理解支援を得られると考えられるが，高次元幾何に馴染みの深くない多くの一般の人たちにとって圧縮されてしまう奥行き方向への想像力が求められることは，図形理解の敷居が高いと感じてしまうのではないかと考えられる．

本稿では，拡張現実 (AR) の技術を用いることによって，われわれのいる現実の映像に 4 次元図形を表現する．3 次元空間上で幾何学的に実現可能であり多くの人にも馴染みのある 3 次元立方体を拡張することによって 4 次元立方体を表現することで，構造が拡張されていくことへの理解を促進し，4 次元図形の構造的な理解を支援することを狙う．そのための AR による 4 次元図形の表現手法を検討する．

2. ユークリッド幾何学的 4 次元

本稿で扱うユークリッド幾何学的 4 次元とは、われわれの住んでいる 3 次元空間を拡張した、第 4 の座標軸を持つ次元のことを指す。われわれの住んでいる 3 次元空間はそれぞれが直交する x, y, z の 3 つの軸によって任意の座標を一意に求めることができる。4 次元空間はこれを拡張し、4 つの直交軸 x, y, z, w によって任意の座標を一意に求めることができる。この空間を実数体 R の 4 次元拡張として R^4 と表現する。

$$R^4 = \{ (x, y, z, w) : x, y, z, w \in R \}$$

本稿での図形は、頂点、辺とその組み合わせによって拡張される幾何学図形が囲む領域で形成される凸形状の幾何学図形を扱う。4 次元図形は 3 次元図形からの拡張であり、その構成要素は点・辺・面・胞である。面は線で囲まれた 2 次元要素を指し、胞とは面で囲まれた 3 次元要素を指す。

このユークリッド幾何学的 4 次元は、図形問題として計算することは可能である。しかし、われわれが数式や座標の数値のみから図形の形状や特徴を捉えることは容易ではない。そのため、図形の理解支援のために、一般的には図形を可視化することが有効であると考えられている。

3. 投影による 4 次元図形の可視化手法

ユークリッド幾何学的 4 次元はわれわれの住む 3 次元空間よりも構造が大きいので、4 次元図形のそのままの姿を 3 次元空間で幾何学的に実現することは不可能である。そのため、4 次元図形の次元を落とすことによって 3 次元以下にして可視化することが求められる。一般に図形の次元を落として可視化する方法として、図形を投影することによって次元を落とす手法が考えられる。

4 次元図形を投影する可視化手法について、われわれは 4 次元立方体の 3 次元への投影図形をコンピュータ上で実現し、外形把握によって 4 次元図形の理解を支援することを狙った。4 次元図形の投影による可視化はワイヤーフレームで表現されるものが多いが、われわれは 3 次元空間での陰影による奥行きや形状を知覚する空間把握能力を 4 次元に拡張することを狙い、4 次元図形の描画に陰影付けを考慮した 4 次元シェーダという可視化手法を提案した[星野 2008] (図 1)。

また、4 次元空間での図形回転は、3 次元空間での回転よりも方向も多く複雑であるため、可視化された 4 次元図形をインタラクティブに操作できるようにすることが、より直観的に図形を理解するための仕組みに必要であると言及し、その原理についても検討している[星野 2009] (図 2)。

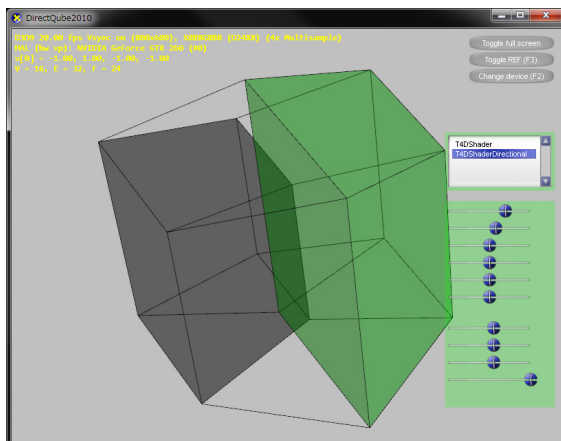


図 1 : 4 次元シェーダによる可視化

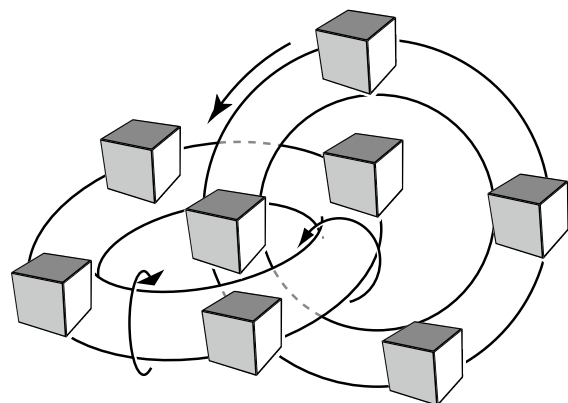


図 2 : 構造制御型コントローラ

4. 拡張による可視化

既存の可視化手法の多くは、投影によって低い次元に図形を描く手法が用いられている。この手法は、図形を投影する際、低い次元に落とすことによって主に奥行きと認識されている方向についての情報が圧縮されてしまう。そのため、われわれが図形本来の姿を理解するためには圧縮されてしまう方向への構造を補完するように理解しなければならない。3DCG の場合も 3 次元物体の 2 次元面への投影によって奥行き方向の情報の圧縮は生じるが、われわれは 3 次元空間で生活をしているため、その奥行き方向への認知の補完は経験的に難しいものではない。しかし、4 次元図形を投影によって可視化した場合、圧縮されてしまう奥行き情報はわれわれの住む 3 次元空間にはない 4 次元方向についての情報である。もちろん、ユーザにある程度空間幾何の理解力があったり高次元幾何の知識があったりする場合には、それらの可視化手法によって十分に理解支援を得られると考えられるが、高次元幾何に馴染みの深くない多くの一般の人たちにとっては、そこを補完することに敷居の高さを感じるのではないかと考えられる。そこで、投影によって次元を落として情報を圧縮するのではなく、われわれにとって馴染みの深い 3 次元空間を拡張することで 4 次元図形を実現すれば、多くの一般の人たちにとっても次元が上がって空間や図形の構造が拡張されていくということが理解しやすくなるのではないだろうか。そこで、本稿でわれわれは、近年注目の集まってきている拡張現実の技術を用いることで、現実にある 3 次元立方体を拡張して 4 次元立方体を表現する。手で実際に持って回転させることができるようにすることで、幾何学的な構造が拡張されていくということをより体験的に理解しやすくすることを狙い、その手法について検討する。

拡張現実 (Augmented Reality: AR) とは、現実の世界を映しだしているシーンにコンピュータグラフィックスによって描かれたオブジェクトを重ね合わせることによって、ユーザが見ている実写のシーンがもっている情報を拡張する技術である。ここ数年の CPU や GPU の十分な性能向上とインターネット上で公開することができる投稿サイトの充実、そして AR アプリケーションの開発を支援する ARToolkit[Kato 99]とその移植版や派生版の登場により、特にコンテンツ制作をする人々の間に広く認知されてきている。本稿では、ARToolkit からの派生版である FLARToolkit によるマーカベースの AR 技術を用いて 3 次元立方体を 4 次元立方体に拡張する。

5. 3 次元立方体の拡張としての 4 次元立方体

web カメラを使って FLARToolkit でマーカを認識させると、認識したマーカを起点にして画面上にオブジェクトをポップアップさせることができる。このことは、オブジェクトはマーカの位置と向きから作られるマーカ座標系上に配置されるため、web カメラに映し出されている現実の映像から独立した座標系をもつことを意味している。これにより、3 次元立方体の場合、立方体の各面についてそれぞれの垂直方向に立方体の分だけ伸ばして、各面について伸ばした方向をそれぞれ同一の w 軸方向と見なすと、その図形は 4 次元立方体の展開模型の構造をもつ (図 3)。

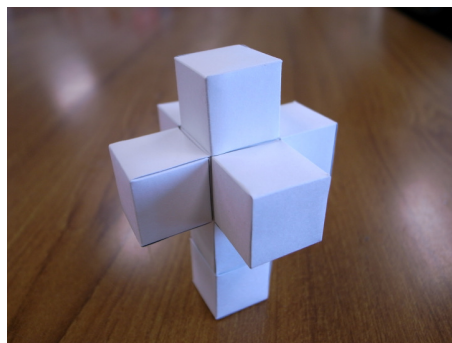


図 3 : 4 次元立方体の展開模型

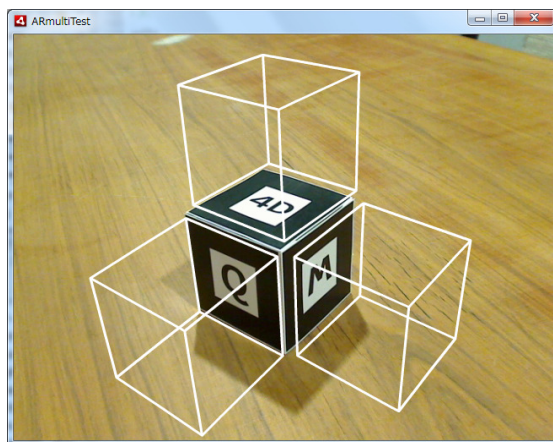


図 4：4 次元立方体の胞の部分的隣接構造

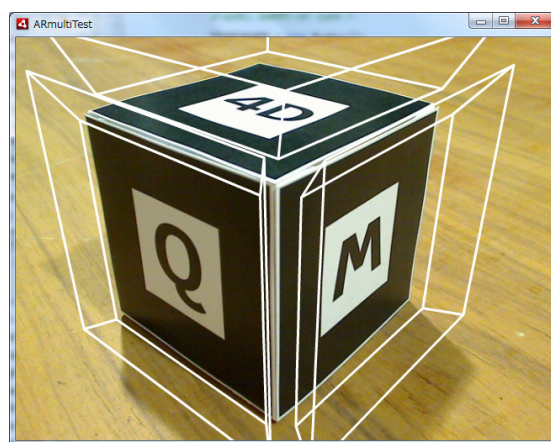


図 5：頂点の座標計算を考慮した出力結果

この拡張された立体（胞）について、隣り合う面を共有するように組み立てていくと 4 次元立方体が構成される。前述のように 3 次元空間上では 4 次元立方体を物理的に構成することはできないが、4 次元方向の成分を AR によって仮想的に実現することによって、われわれの住む 3 次元空間で 3 次元立方体を拡張して、そこに 4 次元立方体の構造を表現することができるのではないだろうか。

6. おわりに

本稿では、実際に 3 次元立方体の面にマーカを配置し、AR によって各面から w 軸方向に構造を拡張することで、4 次元立方体の胞の部分的隣接構造を表示した（図 4）。また、展開模型から 4 次元立方体を構成する際に同一視される頂点の座標計算をおこなうことで、4 次元立方体を可視化するための手法を検討した（図 5）。これにより、図形の構造の拡張を意識した可視化手法と、手で持てる図形を拡張することによる一般の人たちへの馴染みやすさの可能性について検討した。

現時点では、われわれが主張している 4 次元シェーディングを考慮した表現との融合のための議論や、AR 技術についてマーカの認識精度や拡張される情報をどのようにモデリングするかといった検討すべき課題が残っている。また、 w 方向を考慮した 4 次元図形の回転を実現する仕組みが検討されていないため、図形を手で持つことができるといった AR ならではの利点を活かすことができていないことも今後の課題として検討していきたい。

また、本稿では議論を避けたが、AR 技術を可視化だけに利用するのではなく、マーカをコントローラとして 4 次元図形の回転制御をするための仕組みについても、今後検討していきたい。

参考文献

- [星野 2008] 星野好晃, 沼晃介, 根上生也：可視化とインタラクションによる 4 次元図形の理解支援, 情報処理学会コンピュータと教育研究会, 2008.
- [星野 2009] 星野好晃, 沼晃介, 根上生也：「4 次元情報学」の構築に向けて, 第 10 回 AI 若手の集い (MYCOM2009), 2009.
- [Kato 99] H. Kato, M. Billinghurst: Marker Tracking and HMD Calibration for a Video-based Augmented Reality Conferencing System, Proc. IWAR '99, 1999.